

Aparición espontánea de construcciones simétricas durante el juego libre en Educación Infantil

Carlos de Castro Hernández
Universidad Complutense de Madrid

Resumen: *Presentamos el resultado del análisis de la documentación recogida en varias experiencias de juego libre de construcción, desarrolladas en aulas de escuelas infantiles con niños de 2 a 6 años. En dichas experiencias, hemos observado ejemplos de construcciones simétricas que surgen espontáneamente durante el juego libre en todas las edades. Las simetrías se producen en construcciones individuales. Parecen evolucionar desde la simetría del grupo diedral D_2 (2 a 5 años) a la simetría bilateral (5 a 6 años). Concluimos con la propuesta de inclusión de la simetría en el currículo español de Educación Infantil.*

Palabras clave: *Matemáticas, Geometría, Simetría, Educación Infantil, Juego de Construcción.*

Spontaneous emergence of symmetrical constructions during free block play in Early Childhood Education

Abstract: *We present the result of an analysis of documentation taken from experiences developed in nursery schools with children from 2 to 6 years. In these experiences, we have observed examples of symmetrical constructions that emerge spontaneously during free play at all ages. Symmetrical constructions appear in individual constructions. They seem to evolve from the symmetry of the dihedral group D_2 (2 to 5 years) to bilateral symmetry (5 to 6 years). We conclude with a proposal for the inclusion of symmetry in the Spanish curriculum of Early Childhood Education.*

Key words: *Mathematics, Geometry, Symmetry, Block Play, Early Childhood Education.*

INTRODUCCIÓN: LA SIMETRÍA EN LAS CONSTRUCCIONES INFANTILES

El concepto de *simetría* está presente en casi todas las disciplinas académicas. Una búsqueda de este término en la base de datos Dialnet (<http://dialnet.unirioja.es/servlet/buscador>), arroja como resultado que algún tipo de simetría se estudia en áreas tan diferentes como las de la física, psicología, paleontología, cosmología, empresariales, arquitectura, neurología, literatura, derecho constitucional... Podríamos decir que cada forma de mirar el mundo alberga en sí una concepción de la simetría, que va desde lo matemático y lo científico a lo metafórico: la simetría como equilibrio, como aspectos emparejados de la realidad, etc. La simetría sale continuamente al encuentro. Está en nuestro cuerpo, en nuestros movimientos, y en el entorno; la encontramos casi por todas partes. Weyl (1991), en un trabajo -considerado ya como un ‘clásico’ de la divulgación matemática- en el que explica el papel de la simetría en el arte y en la naturaleza, resalta que “La simetría [...] es una idea por la que el hombre [...] ha intentado comprender y crear orden, belleza y perfección” (p. 3).

Este trabajo pretende suscitar la reflexión sobre las simetrías de las construcciones infantiles de niños de 2 a 6 años. Mi objetivo es mostrar que el concepto de simetría resulta muy “accesible” para los niños pequeños, dado que las construcciones simétricas surgen espontáneamente, sin haber mediado enseñanza alguna sobre este concepto, ya en niñas y niños de dos años. Esto hace que parezca razonable su inclusión en el currículo matemático de la Educación Infantil, asunto sobre el que volveré en las reflexiones finales. Este trabajo tiene también la finalidad de elaborar alguna conjetura sobre el desarrollo de la intuición infantil acerca de la simetría, que puedan servir de guía para futuras investigaciones.

Revisando antecedentes sobre el tema, hay que señalar que el hecho de que los niños, en edades propias de la Educación Infantil, realizan espontáneamente construcciones simétricas era ya conocido por Froebel [1782-1852], inventor del kindergarten o jardín de infancia. Froebel puede considerarse como un precursor de una idea que hoy se considera fundamental en Educación Infantil: Partiendo de la observación de la actividad espontánea infantil, podemos elaborar propuestas basadas en los intereses de las niñas y niños. Después, podemos profundizar con los niños en la investigación sobre cuestiones que concitan su interés, y tienen a su vez un interés curricular. Froebel, que había seguido estudios de cristalografía (Cuellar, 2004), donde la simetría juega un papel fundamental, y que había percibido el interés infantil por la misma, inventa un tipo de actividad para realizar con sus dones (materiales didácticos diseñados por él) y le pone un nombre bastante poético: las “formas de la belleza”. Este tipo de actividad se hacía cada vez con un único don (en la Figura 1, izquierda, aparecen mezclados el tercer y el cuarto don en una recreación actual de este tipo de actividad) sobre una mesa de madera con la superficie cuadriculada, para que sirviera de sistema de referencia para la colocación de las piezas de construcción. En la Figura 1, la cuadrícula marcada en la mesa se sustituye por una cartulina cuadriculada y se ven dos construcciones simétricas. En las formas de la belleza, según las proponía Froebel, no se colocaban unas piezas sobre otras (como en la Figura 1, centro), sino que todas las piezas estaban situadas directamente sobre la mesa, formando un diseño “plano” (sin superposición de piezas). Las simetrías que hacían los niños en las *formas de la belleza* con los dones, solían ser simetrías rotacionales de orden

4 (de 90°). Por ejemplo, en la Figura 1, en el centro, vemos una construcción sin simetría bilateral, invariante por rotaciones de 90°.

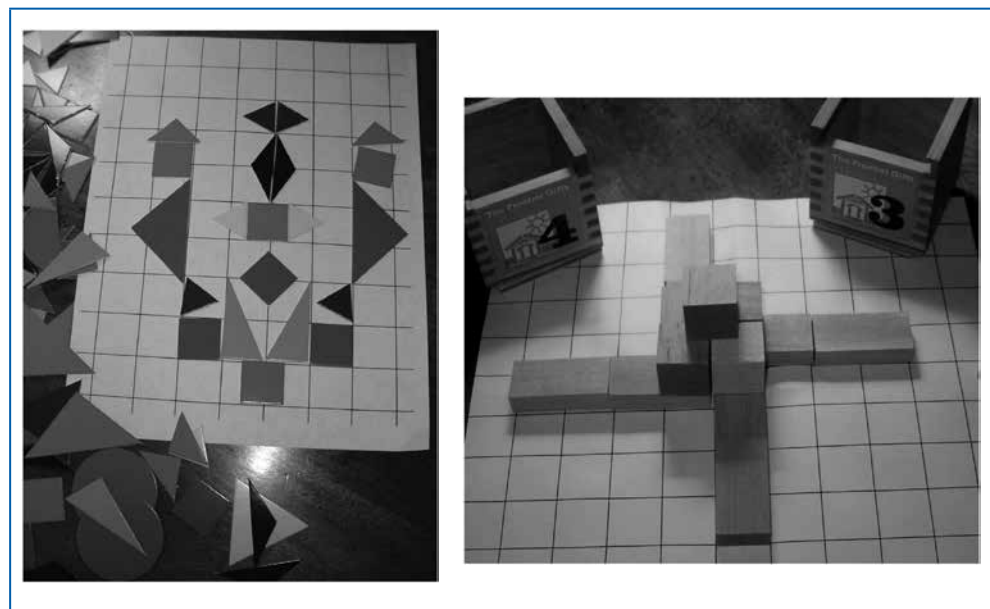


Figura 1. Formas de la belleza con el tercer y cuarto dones y con el séptimo don de Froebel (Ashton, 2010)

Para ilustrar mejor el tipo de actividad que se llevaba a cabo con los dones de Froebel, muestro el quinto don de Froebel en la Figura 2. Está formado por 27 cubos. Tres de los cubos están divididos en dos prismas triangulares cada uno y otros tres están divididos en cuatro prismas triangulares cada uno. En total son 21 cubos, 6 prismas triangulares (mitades de cubo) y 12 prismas triangulares (cuartos de cubo). En la Figura 2 (izquierda), observamos los tres tipos de piezas fuera de la caja. El juego con este material no era libre. Era un juego individual y no estaba permitida la destrucción de las construcciones. El material se desmolaba como un flan y se iban formando



Figura 2. Quinto don de Froebel

unas construcciones a partir de otras, cambiando la posición de algunas piezas. Al final del trabajo, se debía volver al cubo inicial, para volver a guardarlo en su caja. Evidentemente, este tipo de propuesta ha cambiado mucho. Ahora se suelen proponer situaciones más abiertas de juego libre, trabajo en grupo que potencie el desarrollo social y se permite la destrucción de las construcciones (aunque sólo de las propias), aspecto que suele ser explícitamente advertido a los niños al establecer con ellos las normas del juego.

Dentro de la Educación Matemática, el aprendizaje de la simetría es un tema bastante estudiado, aunque no tanto en la Educación Infantil, ni en el contexto del juego de construcción. Guillén (2010) hace una revisión de trabajos y líneas de investigación sobre el uso de sólidos para el aprendizaje de la geometría y como ámbito de investigación. Dentro de este trabajo, dedica un apartado a la exploración con caleidoscopios, relacionando los espejos que los forman con los planos de simetría de los poliedros (1991, pp. 193-208). A pesar del interés y originalidad de esta propuesta, no es fácilmente aplicable a la Educación Infantil. Sin embargo, sí puede proporcionar ideas interesantes, como la elaboración de un caleidoscopio en Educación Infantil y la experimentación con él. En las escuelas infantiles de Reggio Emilia, es famoso el caleidoscopio “gigante”, con forma de prisma triangular, apoyado en el suelo en una de sus caras laterales, y abierto por sus dos bases triangulares, dentro del cual se meten los niños para experimentar con su propio movimiento observando las reflexiones.

Finalizo este apartado explicando brevemente el tipo de simetría que suele observarse en las construcciones infantiles. Voy a referirme a los planos de simetría de las construcciones infantiles, dándoles el nombre de los planos anatómicos. Así, el *plano sagital* divide el cuerpo humano en partes izquierda y derecha; el *plano frontal*, lo divide en partes anterior y posterior; y el *plano horizontal* lo divide en la parte superior y la inferior. En este contexto, hay *simetría bilateral* cuando la figura tiene el plano sagital como único plano de simetría. Esta simetría es la propia de la figura humana, con la parte izquierda del cuerpo (externa y aproximadamente) simétrica con respecto a la parte derecha. El plano de simetría sagital puede aparecer combinado con el plano frontal. En este caso, la parte anterior de la construcción será simétrica de la parte posterior. Habrá además un eje de rotación vertical (corte de los planos de simetría sagital y frontal), con rotaciones de 180° que dejan la construcción invariante. La simetría es la típica de una pirámide recta de base rectangular (*grupo diedral* D_2). Una tercera situación que se puede dar es que el eje de rotación sea de 90° , en cuyo caso hay dos planos de simetría más. La simetría sería la propia de una pirámide cuadrangular recta (*grupo diedral* D_4). Para más detalles sobre estos tipos de simetría, puede consultarse el trabajo de Coxeter (1988).

LAS EXPERIENCIAS DE JUEGO DE CONSTRUCCIÓN

En estas experiencias han participado tres grupos de alumnos de Educación Infantil: un grupo de 3-4 años del CEIP Virgen de Peña Sacra, de Manzanares el Real; otro grupo de 5-6 años, del Colegio Las Naciones de Madrid; y otro grupo de 2-3 años (primer ciclo de Educación Infantil) de la Escuela Infantil El Limonero, de Parla. Los grupos de 2-3 años y de 5-6 años han participado durante un curso escolar, y el grupo de

3-4 años, ha participado durante dos cursos: 2009-2010 y 2010-2011. Por tanto, durante el último curso, las niñas y niños de este grupo tenían la edad de 4-5 años. Así, los participantes cubren todas las edades desde los 2 a los 6 años y en cada edad se ha podido observar la evolución en las construcciones durante un periodo de tiempo superior a la mitad de un curso. Pueden consultarse detalles sobre las matemáticas del juego de construcción con pequeños de 2-3 años en De Castro (2011) y en la Educación Infantil en De Castro, López y Escorial (2011).

El material de construcción

El material utilizado aparece en la Figura 3. Está inspirado en los bloques unidad (*unit blocks*) de Caroline Pratt [1867-1954], descritos en Wellhausen y Kieff (2001, p. 39) o en Hirsch (1996, p. 149), basados a su vez en los dones de Froebel (del tercer al sexto don, ver el quinto don en la Figura 2). El material está diseñado para favorecer la actividad matemática. En especial, es un material idóneo para los procesos de composición y descomposición, fundamentales en el aprendizaje de la geometría. Por ejemplo, la pieza llamada “unidad” (un prisma rectangular de $4 \times 8 \times 16$ cm) puede componerse con dos medias unidades, con dos pilares largos, con cuatro pilares cortos, con ocho cubos de cuatro centímetros de arista, etc. Durante el trabajo de construcción, los niños establecen continuamente, y de forma espontánea, equivalencias entre distintas combinaciones de piezas, para resolver diversos problemas que les surgen durante la actividad de construcción.

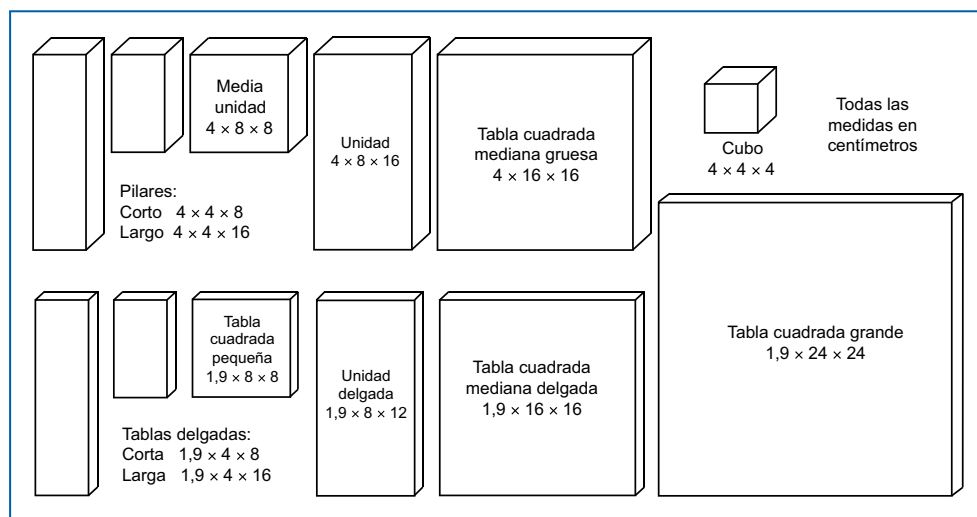


Figura 3. El material de construcción

Por otra parte, el material se ha diseñado buscando la estabilidad de sus piezas. En una experiencia anterior (Escorial y De Castro, 2011), utilizamos pilares con una sección cuadrada de 3 cm de lado y una longitud máxima de 24 cm. Ante la falta de estabilidad

proporcionada por dicho material, cambiamos la sección de los pilares para que fuera un cuadrado de 4 cm de lado y decidimos reducir la longitud máxima del pilar a 16 cm. También hemos tenido en cuenta que el material sea de fácil reproducción, para favorecer que su uso pueda extenderse con facilidad.

Descripción de las sesiones de trabajo

Las sesiones dedicadas a la construcción han sido semanales en algunos grupos (2-3 y 5-6 años) y quincenales en otros (3-4 y 4-5 años). La duración de las sesiones ha sido aproximadamente de una hora. En la mayoría de los grupos se han llevado a cabo en el aula, separando una parte del mobiliario para tener espacio suficiente. En otros casos, se ha salido a los pasillos o se han aprovechado otras zonas comunes del centro. El trabajo puede considerarse de juego libre. Sólo se han elaborado, de acuerdo con los pequeños, unas normas básicas para el juego, como la de no destruir las construcciones ajenas, y se han dado instrucciones muy abiertas para guardar el material. Los niños podían en todo momento decidir si construían solos o dentro de un pequeño grupo.

LAS PRODUCCIONES DE LOS NIÑOS

Este apartado lo he dividido por edades. Esta organización permite observar la evolución que se va produciendo en las construcciones simétricas desde los 2 hasta los 6 años. En cada edad, he seleccionado las imágenes que considero más representativas de las construcciones simétricas. Al hilo de las figuras, comentaré aspectos que me parecen relevantes, como la posible intencionalidad de la simetría, o la influencia en la construcción de las capacidades motrices de los pequeños.

El grupo de 2-3 años

Las primeras construcciones que realizan los niños son los apilamientos horizontales (Figura 4) y verticales (Figura 5). Dentro de los apilamientos horizontales, hay un tipo descrito por Vereecken (1961) que se extiende hacia los dos extremos, y que es resultado de la acción simétrica de ir añadiendo dos figuras iguales, una con cada mano, a ambos extremos del apilamiento. Curiosamente, la acción simétrica conduce a una construcción simétrica. Este hecho ha sido descrito con detalle por Forman (1982). En este caso, la simetría final de la construcción parece accidental. Este es un tema sobre el que volveré más adelante.

En la Figura 6 observamos varias de las relaciones que se establecen entre la simetría y la motricidad. Por un lado, volvemos a ver que el niño al construir va tomando dos piezas iguales y colocándolas a ambos lados de la construcción. De nuevo, una acción simétrica, con piezas iguales, que se “repite” a la inversa en la acción simétrica de retirar con sumo cuidado las manos, para que no se caiga la construcción. Este es el instante captado en la Figura 6. El desarrollo se produce a la vez en ámbitos diversos, como el cognitivo,



Figura 4. Los apilamientos lineales
resultado de acciones simétricas



Figura 5. Simetría en la figura
consecuencia de acciones simétricas

el motor, el afectivo, el social. En la figura observamos que la colocación no es todo lo simétrica que debería ser, debido al grado de desarrollo motor que alcanzan los pequeños a esta edad. Observamos en estos casos ejemplos de una simetría aproximada que, poco a poco, se va refinando.

La simetría tiene un modo muy diferente de experimentarse, de descubrirse, o de construirse, dependiendo de la situación en la que estén inmersos los niños. Dar palmas es un movimiento prácticamente simétrico; mirándonos en un espejo, también experimentamos la simetría; al construir, tenemos otra experiencia diferente de la simetría, que tiene sus propias leyes. En la Figura 7, observamos cómo se hace una construcción simétrica. Hay dos formas de elegir y colocar las piezas: Podemos elegir una pieza simétrica y colocarla de modo que el plano de simetría de la figura coincida con el plano de simetría de la construcción global. Esto se pone de manifiesto, en la Figura 7, en las dos piezas de abajo, colocadas de forma que, más o menos, coincidan sus mitades (o sus planos de simetría) que, a su vez, coinciden (o definen) el plano de simetría de la construcción. Hay otra forma de colocar piezas respetando la simetría: colocar dos piezas, una a cada lado del plano de simetría, y a la misma distancia del mismo. Esto se ve, en la Figura 7, en los dos cubos situados en la parte superior de la construcción.



Figura 6. Simetría, equilibrio y motricidad

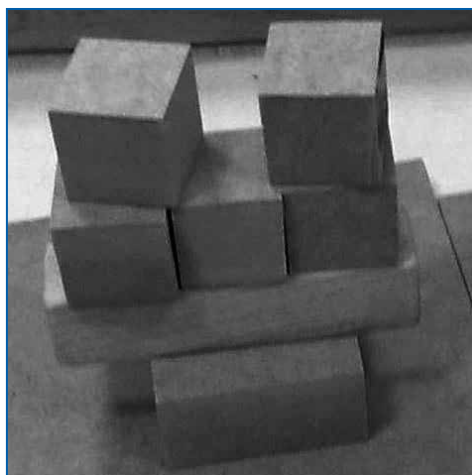


Figura 7. Simetría bilateral con 2-3 años

La Figura 8 nos ayuda a plantearnos el problema de la intencionalidad de las construcciones simétricas. Hay construcciones que son evidentemente simétricas, como resultado accidental de que todas las piezas del material son simétricas. Por ejemplo, si un niño de un año coloca un cubo sobre otro, la construcción formada por los dos cubos tiene 5 planos de simetría y 5 ejes de rotación. Sin embargo, el niño está simplemente apilando un cubo encima de otro. Este es el tipo de construcción más elemental evolutivamente, y juzgamos la simetría como accidental. Entonces, ¿cuándo podemos estar seguros de que la intención de un niño es hacer una construcción simétrica? Con la experiencia acumulada en trabajos de construcción, y con las indicaciones que nos dan las revisiones de la literatura, hemos llegado a adoptar dos criterios para juzgar la intencionalidad de la simetría: 1) Cuando vemos que en una construcción hay simetría bilateral o rectangular, observamos si hay piezas colocadas de las dos formas indicadas antes (piezas simétricas en el plano de simetría y piezas emparejadas a ambos lados del plano), y cuántas piezas hay colocadas así. Si las piezas colocadas así (respetando la simetría) son muchas, consideramos que hay demasiados indicios para que la simetría sea accidental. Por ejemplo, en la Figura 9, hay demasiados elementos respetando la simetría, como para considerarla accidental (realmente, todas las piezas respetan la simetría). 2) Cuando la construcción es muy sencilla, de las primeras que aparecen evolutivamente, como apilamientos, puentes, cerramientos en torno a una pieza simétrica, pisos (con cuatro pilares y una tabla) y, especialmente, si la construcción no tiene una



Figura 8. La intención de hacer construcciones simétricas



Figura 9. Un incontestable ejercicio de simetría

simetría bilateral o rectangular, que son las típicas hacia las que tienden las construcciones infantiles (como en el caso de un piso, que tiene simetría cuadrada), consideramos la simetría accidental. Este es el caso de la Figura 8, un apilamiento con simetría cuadrada. Con todo, hay casos límite donde es difícil establecer si hay intencionalidad o no de formar una construcción simétrica. Por ejemplo, en la Figura 5. A pesar de esto, este trabajo está pensado como un teorema de existencia. Basta con que exista un ejemplo claro de construcción intencionalmente simétrica, como el de la Figura 9, para decir que este fenómeno se produce a la edad del niño que ha realizado dicha construcción.

El grupo de 3-4 años

Cuando los niños de 3-4 años no han realizado juego de construcción de forma sistematizada durante el primer ciclo de Educación Infantil (0 a 3 años), sus construcciones son parecidas al principio a las que hacen los niños de 2-3 años. La evolución es algo más rápida, pero también comienzan con los típicos apilamientos horizontales lineales (como el de la Figura 4) que son resultado de movimientos simétricos. Así, en la Figura 10 observamos esta simetría en las acciones. El niño toma dos tablas cuadradas iguales, una con cada mano, y las pone juntas. A continuación, repite el esquema de añadir piezas iguales con ambas manos formando un apilamiento formado por cuatro tablas cuadradas (Figura 10). Vemos que la construcción es el resultado de la repetición de una acción simétrica.



Figura 10. Acción simétrica



Figura 11. Simetría y equilibrio

En la Figura 11 encontramos la relación que suelen establecer los niños bastante pronto entre simetría y estabilidad. El niño quiere construir una torre alta, parece que poniendo a prueba alguna conjetura sobre la estabilidad. Normalmente, los niños suelen aprender que las construcciones altas, para ser estables, deben ser más anchas por abajo y más estrechas por arriba. ¿Existe algún antídoto para la falta de estabilidad en caso contrario? Parece que sí: que la construcción sea simétrica. Por otra parte, es muy interesante observar que la simetría es aproximada. En la Figura 11 y en su continuación, en la Figura 12, vemos que al poner un pilar ‘tumbado’, encima de otro pilar más corto, para que la construcción sea simétrica, debe sobresalir la misma longitud del pilar superior por un lado que por el otro. Esto es así sólo de forma aproximada. ¿A qué se debe? Para Vereecken (1961), la respuesta está en que, pese a que para los niños el punto medio de una barra, igual que los extremos, es el más importante perceptivamente, los niños no dominan bien todavía las relaciones métricas (esto está en la línea de lo que apuntaba Piaget) y por tanto, al poner una pieza en la mitad de la otra, esto se hace de forma aproximada. También, vemos en la Figura 12 el típico gesto (también descrito por Vereecken, 1961) de separar las manos de forma simétrica, muy cuidadosamente, para evitar que la torre se caiga.

En la Figura 13 observamos el detalle de cómo un niño coloca una pieza sobre el plano de simetría de una construcción, sujetando los extremos de la pieza con ambas manos, en un gesto aproximadamente simétrico. Los niños elaboran las construcciones simétricas enfrente de sí, de modo que coinciden, en ciertos momentos de la construcción, aproximadamente, el plano de simetría del constructor y de la construcción (ver Figuras 16 y 17).



Figura 14. Rompiendo simetrías, para crear otro tipo de simetría



Figura 12. Ajustes en la colocación y psicomotricidad



Figura 13.
Forma
simétrica
de tomar
las piezas

En la Figura 14, un niño ha colocado un triángulo (un prisma triangular, equivalente a media tabla cuadrada) sobre un piso (cuatro pilares y una tabla). El piso tiene simetría cuadrada, pero al añadir la pieza superior, algunas simetrías se ‘rompen’ y pasa a tener simetría rectangular. Un compañero ha copiado la adición de este elemento en una construcción similar detrás de esta (Figura 14). En general, observamos una tendencia en la simetría hacia la bilateralidad.

Un aspecto que no hemos resaltado aún es que la construcción simétrica suele ser el resultado de un trabajo individual. Esto lo hemos observado en prácticamente todas las construcciones simétricas que hemos recopilado en el trabajo de documentación. A veces, un grupo de 3, 4 o 5 niños y niñas se juntan para construir y elaboran una gran construcción en la que se suman muchos elementos constructivos diferentes. En la



Figura 15. Simetría dentro del grupo



Figura 16. Simetría y equivalencia



Figura 17. Simetría y equilibrio

Figura 15 vemos una pequeña torre simétrica, que es el resultado de la aportación individual de un niño a una gran construcción realizada por 4 pequeños. Igualmente, en la Figura 21, el mirador simétrico es una aportación individual a la construcción conjunta del Palacio Real.

El grupo de 4-5 años

En las Figuras 16 a 18 se ve perfectamente la simetría bilateral de la fachada principal y la simetría delante- detrás, que se da en todas estas construcciones. Vemos de nuevo la relación entre simetría y equilibrio, especialmente en la Figura 17, y también el detalle de cómo la niña de la Figura 18 coloca la pieza superior de modo que su plano de simetría de la cara triangular coincida con el plano de simetría global de la construcción. Un detalle que hemos visto en la Figura 14 y en la 18 es que los triángulos resultan difíciles de combinar en la elaboración de construcciones y suelen emplearse, sobre todo, como remate decorativo.

En la Figura 19 tenemos una torre con dos planos de simetría perpendiculares y un eje de rotación de 180°. Su simetría es rectangular. Esta imagen se ha seleccionado porque, a pesar de tener la simetría que se indica, dicha simetría no parece intencional. La torre está construida muy claramente repitiendo un patrón formado por dos piezas (las dos de abajo), de modo que la de arriba va superpuesta a la anterior y rotada 90°. De hecho, si consideráramos la torre como un friso, tendría una simetría de traslación. ¿Por qué se considera la simetría de esta figura como no intencionada? Porque sabemos, por



Figura 18. La simetría como algo 'privado'



Figura 19. Dos planos de simetría

revisiones de teoría sobre el juego de construcción en la Educación Infantil (Gura, 1992; Johnson, 1996; Kersh, Casey y Young, 2008; y Vereecken, 1961) y por varios años de experiencia observando estas construcciones, que los niños a estas edades tienden a realizar patrones (repetiendo estructuras sencillas) y a elaborar construcciones simétricas (con simetría bilateral o de tipo D_2). En esta situación, pensamos que el niño que ha realizado la torre estaba fundamentalmente centrado en repetir el patrón, y que la simetría que tiene la torre, vista globalmente, es un resultado accidental producido por la repetición de un patrón. Lo mismo diríamos si vemos una torre formada por varios pisos construidos por cuatro pilares y una tabla cuadrada (como en la Figura 14, pero sin el triángulo superior). El hecho de que dicha torre tuviese la simetría cuadrada es para nosotros algo accidental, que tiene su origen en la repetición de una estructura sencilla. Esta cuestión de la intencionalidad en la simetría es fundamental, y es preciso desarrollar criterios claros para diferenciar la simetría intencional de la que no lo es. Una línea de trabajo prometedora consiste en identificar, como tendencias muy claras en la construcción infantil, la repetición y la simetría (con tendencia a la bilateral, no a la simetría rotacional).

El grupo de 5-6 años

En el último curso de Educación Infantil es donde hemos encontrado los ejemplos más claros de simetría bilateral en los que, además, se rompe la simetría delante-de-trás (Figuras 22 y 23). En la Figura 20 vemos una composición con puentes con la

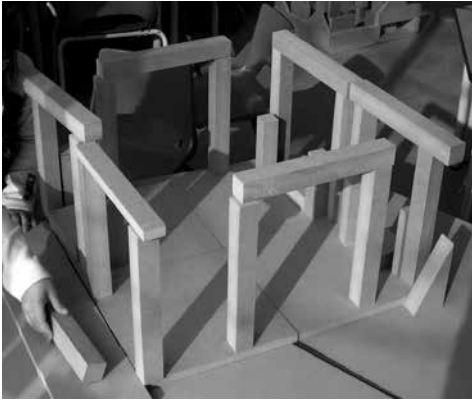


Figura 20. Un templo romano

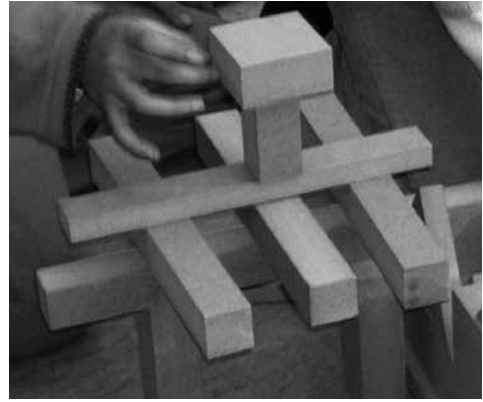


Figura 21. El mirador del Palacio Real



Figura 22. La torre del Palacio Real



Figura 23. Simetría bilateral

simetría rectangular. Hay en la figura dos planos de simetría perpendiculares que se cortan en un eje de rotación de 180° . Es el patio central de un ‘templo romano’ al que, poco a poco, se irán incorporando elementos alrededor que ya no respetarán la simetría del elemento central. En la Figura 21, vemos de nuevo que la simetría suele asociarse desde muy temprano al equilibrio. Todo el ‘mirador’ del Palacio Real (las dos piezas superiores forman un asiento al que se añadirá un respaldo) está sustentado en dos pilares, unidos por un pilar horizontal, sobre el que descansan, en sus puntos medios, otros tres pilares atravesados. En las Figuras 22 y 23 hay elementos que rompen la simetría delante-detrás. En el caso de la torre del Palacio Real, son los pilares y los triángulos elegidos como remate en la parte superior los que diferencian claramente la parte trasera de la delantera. En la Figura 23, son los ‘quitamiedos’ del piso superior los que rompen

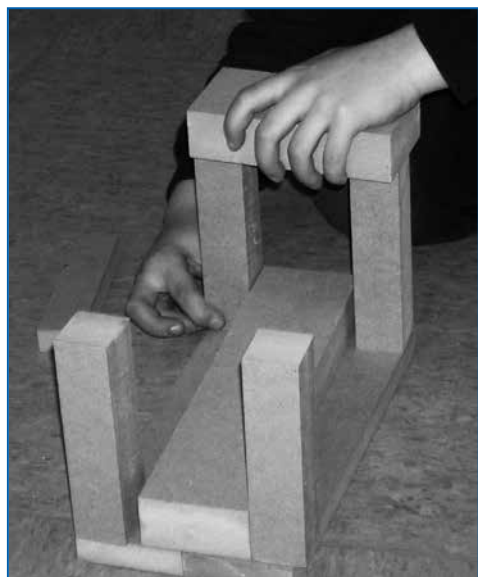


Figura 24. Proceso de elaboración

la simetría, distinguiendo la parte delantera de la trasera.

En las Figuras 24 a 26 puede seguirse el proceso de elaboración de una construcción simétrica. El paso de la Figura 25 a 26 es fundamental, y sólo lo hemos visto en el grupo de 5-6 años. En las Figuras 24 y 25, todavía son iguales las partes de delante y detrás de las construcciones. Vista de frente, la fachada principal de la construcción tiene simetría bilateral, pero la fachada principal es simétrica con respecto a la fachada trasera. Sin embargo, en la Figura 26, las fachadas delantera y trasera son claramente diferentes. Se han incorporado varias piezas que rompen claramente con esta simetría delante-detrás del plano frontal. La simetría que tiene la Figura 26 ya es la propia de la figura humana. Este cambio marca el final de la evolución de las construcciones simétricas a estas edades.



Figura 25. Simetría del grupo D2



Figura 26. Simetría bilateral al final

REFLEXIONES FINALES

Concluyo este trabajo con una pequeña reflexión sobre la posible (y deseable) inclusión de la simetría en el currículo de Educación Infantil, un comentario para las maestras y maestros de esta etapa, y con unas sugerencias de cara a futuros estudios. Para

empezar, el concepto de simetría no aparece en el currículo español de Educación Infantil (MEC, 2008). Dentro de la parte dedicada a las matemáticas (área de conocimiento del entorno, bloque 1 del “medio físico”), se plantean como objetivos la “Identificación de formas planas y tridimensionales en elementos del entorno. Exploración de algunos cuerpos geométricos elementales. Nociones topológicas básicas (abierto, cerrado, dentro, fuera [...])” (p. 1025). No aparece por ningún lado la noción de simetría, cuando hemos visto en este trabajo que dicha noción aparece claramente, aunque de forma intuitiva y no formal, desde los 2-3 años, todavía en primer ciclo de Educación Infantil. ¿Se debe esto a que el concepto de simetría es métrico y no topológico y sólo se proponen aquí contenidos de este tipo? Quizá este sea otro planteamiento del currículo geométrico de la Educación Infantil que haya que revisar en el futuro.

A diferencia del planteamiento español, en documentos curriculares que son referencia obligada en otros países, la simetría sí aparece explícitamente. Por ejemplo, en los estándares del NCTM (2003) se indica que, en último curso de Educación Infantil y en primer ciclo de Educación Primaria, los programas de enseñanza deben capacitar a los niños para: “Aplicar transformaciones y usar la simetría para analizar situaciones matemáticas” (p. 100). Más recientemente, en los *Curriculum Focal Points* (Fuson, Clements, y Beckmann, 2010), se indica, para niñas y niños de 5 y 6 años, que “con la orientación del maestro, los niños descubren la simetría no sólo en figuras, como los rectángulos, sino también en su entorno. Así comienzan a diseñar y a extender la simetría en sus construcciones con bloques” (p. 61). También en Holanda, en la influyente publicación del Instituto Freudenthal (van der Heuvel-Panhuizen y Buys, 2005), se recomienda, para los dos últimos cursos de Educación Infantil, el juego de construcción con bloques de madera. Así mismo, se dedica un apartado completo a explicar cómo realizar con alumnos de infantil actividades con espejos, que implican el estudio de la reflexión y la simetría (pp. 199-209). No obstante, reconozco la injusticia de comparar el currículo español (por su obligada brevedad), con extensos documentos de desarrollo curricular de otros países.

Espero que este trabajo proporcione ideas útiles para la práctica de las maestras y maestros de Educación Infantil. A veces, en la práctica diaria, la actividad de juego libre infantil no resulta fácil de interpretar y, por tanto, de enriquecer. Para un maestro de esta etapa, debe ser fundamental conocer los intereses que suelen manifestar muchos niños de estas edades. Así, podrá basar su intervención, y en general la enseñanza de las matemáticas, en el interés de los pequeños, respetando su desarrollo físico, afectivo, social e intelectual. Además, es importante que estas intervenciones faciliten el paso desde las actividades de juego libre, hacia situaciones de investigación más centradas en conceptos matemáticos como la simetría, como recomiendan Chalufour y Worth (2004).

Por otra parte, quiero enfatizar antes de concluir que, como indica el título, la aparición de la simetría en las construcciones es espontánea. Nadie ha hablado a los pequeños de simetría, ni se ha tratado el tema en clase. No se ha nombrado nunca, por parte de los niños, ni de los maestros, durante el trabajo de construcción. Aunque las construcciones muestran que la simetría es claramente intencional, el concepto de simetría aparece sólo de forma implícita y no sobrepasa el ámbito de lo intuitivo e informal. En mi opinión, esto se debe a que la simetría no se considera objeto de enseñanza en esta etapa.

Otro aspecto reseñable es que, hasta ahora, hemos observado siempre que las construcciones simétricas son siempre resultado de un trabajo individual, ya se desarrolle éste en solitario o dentro de una construcción grupal (como en la Figura 15). Una posible explicación parcial de estas observaciones es que no poner nombre a este tipo de construcciones, indicando a los pequeños que han hecho una construcción *simétrica*, puede dificultar que la elaboración de una construcción simétrica se convierta en un objetivo compartido.

Para terminar, se puede observar en las figuras que la simetría que aparece fundamentalmente (desde los dos a los cinco años) es la simetría del grupo diédrico D_2 , con dos planos de simetría y un eje de rotación de 180° , y que esta simetría parece ir evolucionando (y que los niños van rompiendo la simetría del plano frontal, incorporando bloques a su construcción) hasta convertirse en simetría *bilateral* cuando llegan al final de la Educación Infantil (5-6 años). De nuevo, se trata de una nueva hipótesis no contrastada, sobre la evolución de las construcciones simétricas en la Educación Infantil, sobre la cual también será importante seguir trabajando. Además, la tendencia a estos dos tipos de simetría podría estar relacionada con el desarrollo del esquema corporal que se está produciendo en los pequeños. Este es otro aspecto que pienso que merece ser estudiado en el futuro.

AGRADECIMIENTOS

Quiero mostrar mi agradecimiento a Beatriz Escorial González y a Desiré López Barrero, del CEIP Virgen de Peña Sacra, de Manzanares el Real (Madrid), que han elaborado la documentación de las experiencias descritas en este artículo en 3-6 años. También a Oscar Quiles Maroto, que ha colaborado en el trabajo con los niños y niñas de 2-3 años de la Escuela el Limonero, de Parla.

REFERENCIAS

- Ashton, B. A. (2010). Integrating elements of Frank Lloyd Wright's architectural and decorative designs in a liberal arts mathematics class. *Journal of Mathematics and the Arts*, 4(3), 143–161.
- Disponible en: <http://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/17513472.2010.492029>
- Chalufour, I., y Worth, K. (2004). *Building structures with young children*. St. Paul, MN: Redleaf Press.
- Coxeter, H. (1988). *Fundamentos de geometría*. México: Limusa.
- Cuéllar, H. (2004). *Froebel: La educación del hombre*. México & Sevilla: Trillas & Eduforma.
- De Castro, C. (2011). Buscando el origen de la actividad matemática: Estudio exploratorio sobre el juego de construcción Infantil. *EA, Escuela Abierta*, 14, 47-65. Disponible en: http://www.ceuandalucia.com/escuelaabierta/pdf/articulos_ea14pdf/ea14_decastro.pdf
- De Castro, C., López, D., y Escorial, B. (2011). Posibilidades del juego de construcción para el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Infantil. *Pulso: Revista de Educación*, 34, 103-124. Disponible en: <http://revistapulso.cardenalcisneros.es/documentos/articulos/137.pdf>

- Escorial, B., y De Castro, C. (2011). La gran torre: Matemáticas en la Educación Infantil a través de un proyecto de construcción. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 78, 135-156. Disponible en:
http://www.sinewton.org/numeros/numeros/78/Experaula_01.pdf
- Forman, G. E. (1982). A search for the origins of equivalence concepts through a microanalysis of block play. In G. E. Forman (Ed.), *Action and thought: From sensorimotor schemes to symbolic thought* (97-134). New York: Academic Press.
- Fuson, K. C., Clements, D. H., Beckmann, S. (Eds.) (2010). *Focus in Kindergarten: Teaching with Curriculum Focal Points*. Reston, VA & Washington, DC: NCTM & Naeyc.
- Guillén, G. (1991). *Poliedros*. Madrid: Síntesis.
- Guillén, G. (2010). ¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría? ¿Y en la investigación? En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 21-68). Lleida: SEIEM. Disponible en: http://funes.uniandes.edu.co/1681/1/330_2010Porque_SEIEM13.pdf
- Gura, P. (Ed.) (1992). *Exploring learning: Young children and blockplay*. London: Paul Chapman Publishing.
- Hirsch (Ed.) (1996). *The block book* (3rd ed.). Washington, DC: NAEYC.
- Johnson, H. (1996). The art of block building. In E. S. Hirsch (Ed.), *The block book* (3rd ed.) (pp. 9-25). Washington, DC: NAEYC.
- Kersh, J., Casey, B. M., & Young, J. M. (2008). Research on spatial skills and block building in girls and boys. In B. Spodek y O. N. Saracho (Eds.), *Contemporary perspectives on mathematics in Early Childhood Education* (pp. 233-251). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2008). ORDEN ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil. *BOE*, 5, sábado 5 enero 2008, 1016-1036. Disponible en:
<http://www.boe.es/boe/dias/2008/01/05/pdfs/A01016-01036.pdf>
- NCTM (2003). *Principios y estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Vereecken, P. (1961). *Spatial development: Constructive praxia from birth to the age of seven*. Groningen: Wolters.
- Wellhousen, K., y Kieff, J. (2001). *A constructivist approach to blockplay in early childhood*. Albany, NY: Delmar.
- Weyl, H. (1991). *Simetría*. Madrid: McGraw-Hill.